

Математический анализ via L^AT_EX

261 группа

4 января 2015 г.

1 Мера

1. $\mu : \mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}_+$ — **мера** на полукольце \mathcal{R} , если:

(a) $\mu(\emptyset) = 0$,

(b) A_1, A_2, \dots — дизъюнктные множества из \mathcal{R} , $A \in \mathcal{R}$, $A = \bigcup_n A_n \Rightarrow \mu(A) = \sum_n \mu(A_n)$.

2. $\mu^* : 2^X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}_+$ — **внешняя мера** на множестве X , если:

(a) $\mu^*(\emptyset) = 0$,

(b) $A \subset \bigcup_n A_n \Rightarrow \mu^* A \leq \sum_n \mu^* A_n$.

3. $\mathcal{A} = \{A \mid A \in X, E \in X, \mu^* E = \mu^*(EA) + \mu^*(E\overline{A})\}$, тогда:

(a) \mathcal{A} — σ -алгебра,

(b) $\mu = \mu^*|_{\mathcal{A}}$ — мера на \mathcal{A} .

4. $E \in \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall \varepsilon < 0, \exists A_\varepsilon, B_\varepsilon \subset \mathcal{A} : A_\varepsilon \subset E \subset B_\varepsilon, \mu(B_\varepsilon \setminus A_\varepsilon) < \varepsilon$.
(μ -измеримо)

5. —

6. —

7. —

8. $E \subset \mathbb{R}^p \Rightarrow \lambda^* E = \inf_{E \subset G} (\lambda G)$, где G — открытые в \mathbb{R}^p .

9. E — измеримо по Лебегу $\Rightarrow E = A \cup B, \begin{cases} A \text{ имеет тип } F_\sigma, \\ \lambda B = 0. \end{cases}$

10. Если множества Лебега функции $f : \begin{cases} E(f(x) < a), \\ E(f(x) \leq a), \\ E(f(x) > a), \\ E(f(x) \geq a); \end{cases}$ измеримы \Rightarrow функция f называется измеримой на множестве E .

11. —

12. 0

13. 0

14. 0

15. 0

16. 0

17. 0

18. 0

19. 0

20. 0

21. 0

22. 0

23. 0

24. 0

25. 0

26. 0

27. 0

28. 0

29. 0

30. 0

31. 0

2 ТФКП

32. 0

33. 0

34. 0

35. 0

36. 0

37. 0

38. 0

39. 0

40. 0

41. 0

42. 0

43. 0

3 Ряды Фурье

44. ддудуду