דף נוסחאות כללי

עידו פנג בנטוב

1 משוואות מסדר שני בשני משתנים

מושגים:

[1] צורה כללית:

$$au_{xx} + 2bu_{xy} + cu_{yy} + du_x + eu_y + fu = 0$$

הדיסקרימיננטה (δ) של המשוואה מוגדרת כ:

$$\delta \equiv b^2 - ac$$

החלק העיקרי של המשוואה מוגדר כ:

$$au_{xx} + 2bu_{xy} + cu_{yy}$$

2 קריטריוני כניעה וכשל

קריטריון רנקין:

$$\sigma_{\text{eq}} = \max\left\{\left|\sigma^{(i)}\right|\right\}$$

קריטריון טרסקה:

$$\sigma_{\text{eq}} = \max\left\{\left|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\right|, \left|\sigma^{(2)} - \sigma^{(3)}\right|, \left|\sigma^{(1)} - \sigma^{(3)}\right|\right\}$$

קריטריון פון-מיזס:

$$\sigma_{\text{eq}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)})^2 + (\sigma^{(1)} - \sigma^{(3)})^2 + (\sigma^{(3)} - \sigma^{(2)})^2}$$

מקדמי ביטחון K:

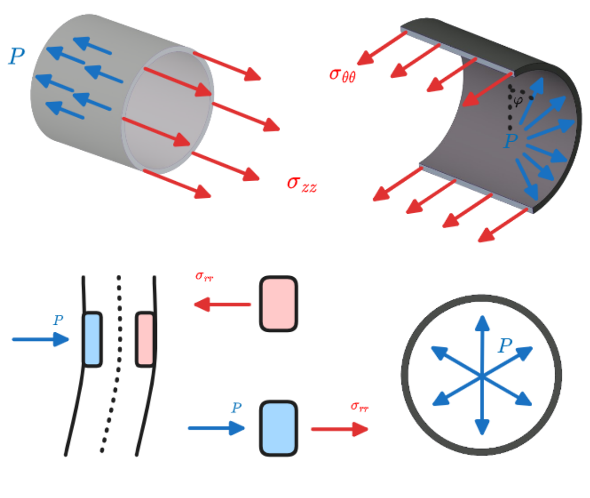
$$\sigma_{\text{eq}} = \frac{\sigma_y}{K}$$

מיכלי לחץ גליליים דקי דופן:

$$\sigma_{rr} \approx 0, \qquad \sigma_{zz} = \frac{1}{2}P\frac{R}{t}, \qquad \sigma_{\theta\theta} = P\frac{R}{t}$$

אם המיכל נתון תחת פיתול T:

$$\sigma_{\theta z} = \frac{Tr}{J}$$



איור 1: החתכים שבעזרתם נמצאו המאמצים במיכל לחץ.

3 כפיפה משופעת

אינרציה:

$$X_i = \int_A x_i \, \mathrm{d}A \qquad I_{ij} = \int_A x_i x_j \, \mathrm{d}A$$

מרכז הכובד של התת-חתך: [2]

$$Q_i = \int_{\tilde{A}} x_i \, \mathrm{d}A = \bar{x}A$$

כאשר $\bar{x}$ הוא מרכז הכובד של התת-חתך ביחס למרכז הכובד של כלל החתך.

מאמץ נורמלי בכפיפה משופעת:

$$\sigma_{11} = \frac{N}{A} + \frac{(M_2 I_{22} + M_3 I_{23})x_3 - (M_3 I_{33} + M_2 I_{23})x_2}{I_{22}I_{33} - (I_{23})^2}$$

במערכת ראשית:

$$\sigma_{11} = \frac{N}{A} + \frac{M_2}{I_{33}}x_3 - \frac{M_3}{I_{22}}x_2$$

ציר ניטראלי יתקבל כאשר $\sigma_{11} = 0$.

מאמץ גזירה בכפיפה משופעת:

$$\tau = -\frac{1}{t}\left(\frac{(V_3 I_{22} - V_2 I_{23})Q_3 - (V_3 I_{23} - V_2 I_{33})Q_2}{I_{22}I_{33} - (I_{23})^2}\right)$$

במערכת ראשית:

$$\tau = -\frac{1}{t}\left(\frac{V_2 Q_2}{I_{22}} + \frac{V_3 Q_3}{I_{33}}\right)$$

משפט שטיינר:
טנזור האינרציה I'_{ij} לאחר ההעתקה של מערכת צירים Δ_i, Δ_j וטנזור אינרציה מקורי I_{ij} נתון ע"י:

$$I'_{ij} = I_{ij} + \Delta_i \Delta_j A - \Delta_j X_i - \Delta_i X_j$$
$$I'_{ij} = I_{ij} + \Delta_i \Delta_j A \qquad (X_i = X_j = 0)$$

ניתן לראות ממשפט זה שהרכיבים על האלכסון של טנזור האינרציה יהיו הכי קטנים כאשר הוא מחושב במרכז במסה.

זרימת הגזירה: זרימת הגזירה הכוללת שנכנסת לצומת שווה לזרימת הגזירה הכוללת שיוצאת ממנה.

4 שיטות אנרגיה

אנרגיית שינוי צורה:

$$U = \frac{1}{2}\int_V \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V$$

במקרה של קורה במתיחה:

$$U = \int_L \frac{1}{2}\frac{N^2}{EA}\,\mathrm{d}x_1$$

קורה בפיתול:

$$U = \frac{1}{2}\int_L \frac{T^2}{GJ}\,\mathrm{d}x_1$$

קורה בכפיפה:

$$U = \frac{1}{2}\int_L \frac{(M_2)^2}{EI_{33}} + \frac{(M_3)^2}{EI_{22}}\,\mathrm{d}x_1$$

כוח והזזה מוכללים:

כוח מוכלל (כוח מרוכז או מומנט) מסומן ב-Q_i.
ההזזה המוכללת (שקיעה/זווית) במקום ובכיוון בו פועל Q_i מסומן ב-q_i.
כוח והזזה מוכללים קשורים לינארית ע"י מטריצת ההיענות/הקשיחות:

$$Q_i = K_{ij}q_j \quad \text{or} \quad q_i = S_{ij}Q_j$$

S_{ij} משמעותו הוא הזזה של q_i עקב כוח מוכלל Q_j בגודל יחידה.

משפט ההדדיות של בטי-מקסוול:

$$S_{ij} = S_{ji}$$

המשפט השני של קסטיליאנו:

$$q_i = \frac{\partial U}{\partial Q_i}$$

5 הערות

חלק 1

1. וואו איזה הערה

חלק 3

2. ישנו הבדל מאוד משמעותי בין X_i ל-Q_i. בעוד X_i מחושב על כל החתך, Q_i מחושב על התת-חתך, כאשר x_i נתוון ע"י מרכז המסה של כלל החתך A.